Professor: Francisco José Coutinho Neto
E-mail: franciscojcneto@ig.com.br

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Princípio fundamental da contagem (PFC)

Suponhamos que uma ação seja constituída de duas etapas sucessivas. A 1ª etapa pode ser realizada de n maneiras distintas. Para cada uma dessas possibilidades, a 2ª etapa pode ser realizada de m maneiras distintas. Então, o número de possibilidades de se efetuar a ação completa é dado por *n* x *m*.

Esse princípio pode ser generalizado para ações constituídas de mais de duas etapas sucesivas.

Arranjos

Definição: Dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se arranjo dos n elementos, tomados k a k, a qualquer sequência ordenada de k elementos distintos escolhidos entre os n existentes.

$$\mathbf{A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

Exemplo: A senha de um cartão eletrônico é formada por duas letras distintas seguidas por uma sequência de três algarismos distintos. Quantas senhas poderiam ser “confeccionadas” ?

Como importa a ordem em que são escolhidas as letras, o número de maneiras de escolhê-las é dado por $A_{26,2}$.
Analogamente, a sequência de três algarismos distintos pode ser escolhida de $A_{10,3}$ maneiras.
Pelo PFC, o número de senhas que podem ser confeccionadas é:

$$A_{26,2} \text{ x } A_{10,3} = 650 \text{ x } 720 = 468000$$

Ou

$$\underline{26} \,.\, \underline{25} \,.\, \underline{10} \,.\, \underline{9} \,.\, \underline{8} = 468000$$

Permutações

Definição: Dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se permutação dos n elementos a todo arranjo desses n elementos tomados *n* a *n*.
O número total de permutações de n elementos, indicado por P_n, é dado por :

$$\mathbf{P_n = n!}$$

Exemplo: Vamos escrever todos os anagramas da palavra SOL :

Um anagrama da palavra SOL é qualquer permutação da letras S, O, L de modo que se forme uma palavra com ou sem sentido.

$P_3 = 3! = 3 \text{ x } 2 \text{ x } 1 = 6$

Combinações

Definição: Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se combinação dos n elementos de A, tomados k a k, a qualquer subconjunto de A formado por k elementos.

$$\mathbf{C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}}$$

Exemplo: Uma pizzaria oferece 15 diferentes sabores de pizza a seus clientes.

De quantas maneiras uma família pode escolher três desses sabores ?

Escolher as pizzas $\{P_1,P_2,P_3\}$ é o mesmo que escolher as pizzas $\{P_2,P_1,P_3\}$. Assim, cada possível escolha da família é uma combinação das 15 pizzas tomadas três a três.

$$C_{15,3} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15.14.13.12!}{3\,.\,2\,.\,1\,.\,12!} = 455$$

Exercícios

1) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer seu pedido?
(a) 90
(b) 100
(c) 110
(d) 120
(e) 130

2) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar empregando os caracteres 1, 3, 5, 6, 8 e 9 ?
(a) 60
(b) 120
(c) 240
(d) 40
(e) 80

3) De quantos modos pode vestir-se um homem que tem 2 pares de sapatos, 4 paletós e 6 calças diferentes, usando sempre uma calça, um paletó e um par de sapatos?
(a) 52
(b) 86
(c) 24
(d) 32
(e) 48

4) No sistema de emplacamento de veículos que seria implantado em 1984, as placas deveriam ser iniciadas por 3 letras do nosso alfabeto.Caso o sistema fosse implantado, o número máximo possível de prefixos, usando-se somente vogais, seria:
(a) 20
(b) 60
(c) 120
(d) 125
(e) 243

5) A quantidade de números de dois algarismos distintos que se pode formar com os algarismos 2, 3, 5, 7 e 9 é igual a:
(a) 5
(b) 10
(c) 15
(d) 20
(e) 25

6) Em uma sala há 8 cadeiras e 4 pessoas. O número de modos distintos das pessoas ocuparem as cadeiras é:
(a) 1680
(b) 8!
(c) 8.4!
(d) 8!/4
(e) 32

7) As finalistas do concurso Miss Universo, são Miss Brasil, Miss Japão, Miss Venezuela, Miss Itália e Miss França. De quantas formas os juízes poderão escolher o primeiro, o segundo e terceiro lugar neste concurso?
(a) 60
(b) 45
(c) 125
(d) 81
(e) 120

8) A quantidade de números de quatro algarismos distintos que, podem se formar com os algarismos 1, 2, 4, 7, 8 e 9 é:
(a) 300
(b) 340
(c) 360
(d) 380
(e) 400

9) Dentre as permutações das letras da palavra triângulo, o número das que começam por vogal é:
(a) P_9
(b) P_8
(c) $2.P_8$
(d) $4.P_8$
(e) $4.P_7$

10) O número de anagramas da palavra FUVEST que começam e terminam por vogal é:
(a) 24
(b) 48
(c) 96
(d) 120
(e) 144

11) O número de anagramas da palavra NÚMERO, em que nem vogal, nem consoantes fiquem juntas é:
(a) 12
(b) 36
(c) 48
(d) 60
(e) 72

12) Os 30 alunos de uma turma vão escolher um representante e um vice, ambos pertencentes à turma. O número de escolhas distintas possíveis é:
(a) 59
(b) 435
(c) 870
(d) 900