

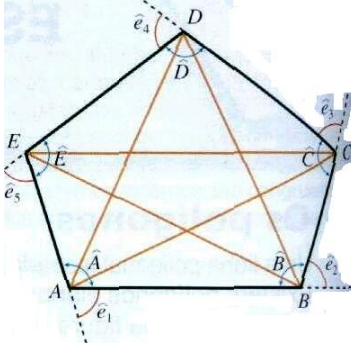
# Polígonos

## Os polígonos

Uma linha poligonal fechada simples é chamada de polígono.

## Elementos de um polígono

Vamos agora destacar os elementos de um polígono.



**Vértices:** são os pontos de encontro de dois lados consecutivos de um polígono. No polígono ao lado, os vértices são os pontos A, B, C, D e E.

**Lados:** são os segmentos que formam a linha poligonal, No polígono, os lados são AB, BC, CD, DE e EA.

**Ângulos internos:** são os ângulos formados por dois lados consecutivos do polígono. No polígono ao lado, os ângulos internos são Â, B, C, D e E.

**Ângulos externos:** são os ângulos formados por um lado do polígono e pelo prolongamento do lado a ele consecutivo. No polígono, os ângulos externos são  $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3, \hat{e}_4$  e  $\hat{e}_5$ .

**Diagonais:** são os segmentos que unem dois vértices não-consecutivos do polígono, às diagonais do polígono acima são os segmentos AC, AD, BD, BE e CE.

## Gênero

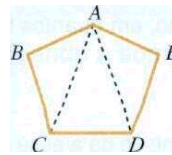
O número de lados de um polígono é chamado de gênero do polígono. Quanto ao número de lados os polígonos são chamados:

Polígono	Chama-se
3 lados	Triângulo
4 lados	Quadrilátero
5 lados	Pentágono
6 lados	Hexágono
7 lados	Heptágono
8 lados	Octógono
⋮	⋮
⋮	⋮

## Número de Diagonais de um polígono

Diagonal de um polígono é qualquer segmento de reta que parte de um vértice e encontra outro vértice não-adjacente.

Observe os seguintes polígonos e o número de diagonais traçadas por um de seus vértices.



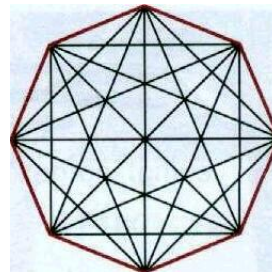
**Figura 1:**  
 Número de lados: 5  
 Número de diagonais: 2

Então, para calcular o número total de diagonais  $d$  de um polígono de  $n$  lados, podemos empregar a fórmula:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Veja um exemplo:

Calcular o número de diagonais de um octógono.



$$n = 8$$

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2}$$

$$d = \frac{8 \cdot 5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

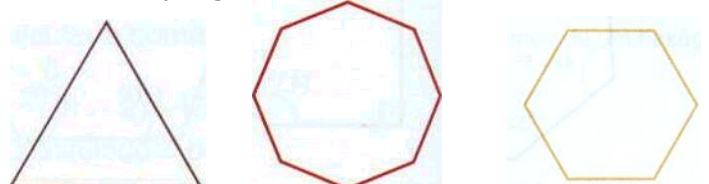
Logo o octógono tem 20 diagonais.

## Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

## Polígonos regulares

Um polígono é regular quando todos os seus lados e todos os seus ângulos são congruentes. As figuras abaixo são polígonos regulares.



Representando por  $a_i$ , a medida do ângulo interno de um polígono regular de  $n$  lados e por  $a_e$  a medida do ângulo externo, podemos escrever que:

$$a_e = \frac{360^\circ}{n}$$

e

$$a_i = \frac{S_i}{n}$$

Veja os exemplos:

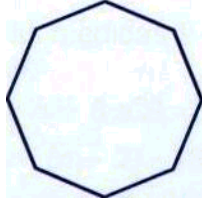
a) Calcular a medida do ângulo interno e a medida do ângulo externo do octógono regular.

$$S_i = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = (8-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 6 \cdot 180^\circ$$

$$S_i = 1080^\circ$$



$$a_i = \frac{S_i}{n} = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$$

$$a_e = \frac{S_e}{n} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

Logo, o ângulo interno mede  $135^\circ$  e o ângulo externo mede  $45^\circ$ .

### EXERCÍCIOS

1) Quanto mede cada ângulo interno de um polígono regular que possui 35 diagonais?

2) Calcule o valor de  $x$  nas figuras:

a)

b)

3) Um hexágono regular tem 40 cm de perímetro. Qual será o perímetro de um decágono regular, cujo lado tem a mesma medida do lado do hexágono?

4) A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é  $2880^\circ$ .

- Quantos lados tem esse polígono?
- Se ele for regular, quanto mede cada um de seus ângulos externos?
- Quantas são as suas diagonais?

5) A medida de um ângulo externo de um polígono regular é 24.

- Quantos lados têm esse polígono?
- Qual a medida de cada um de seus ângulos Internos?

6) Determine a diferença entre a medida de um ângulo interno de um hexágono regular e a medida de um ângulo interno de um quadrado.

7) O número de diagonais de um polígono regular é o triplo do número de seus lados. Determine:

- O número de lados desse polígono;
- o número de suas diagonais;
- a soma das medidas dos ângulos internos;
- a medida de seu ângulo externo;

8) O ângulo interno de um polígono regular mede  $135^\circ$ .

- Quanto mede seu ângulo externo?
- Quantos lados tem esse polígono?
- Se cada lado desse polígono mede 3,4 cm. Quantos centímetros têm seu perímetro?
- Quantas são as diagonais traçadas por um de seus vértices?

9) Existe um polígono em que a medida do ângulo é igual a medida do ângulo externo. Que polígono é esse?

13) Quantas diagonais têm o polígono regular cujo ângulo interno mede  $135^\circ$ ?

10) A menor diagonal de um polígono regular forma, com um dos lados, um ângulo de  $30^\circ$ . Dê a soma dos ângulos internos desse polígono.

11) A soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é:

- $180^\circ$
- $360^\circ$
- $5400^\circ$
- $9000^\circ$

12) O polígono que tem a soma das medidas dos ângulos Internos igual a  $720^\circ$  é o:

- heptágono
- hexágono
- eneágono
- octógono

13) O ângulo interno de um polígono regular de 15 lados mede:

- $134^\circ$
- $156^\circ$
- $150^\circ$
- $30^\circ$

18) O ângulo externo do dodecágono regular mede:

- $36^\circ$
- $30^\circ$
- $144^\circ$
- $150^\circ$

14) Um polígono regular cujo ângulo interno mede  $162^\circ$  tem:

- 340 diagonais
- 170 diagonais
- 135 diagonais
- 130 diagonais

15) A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é  $1440^\circ$ . O número de diagonais desse polígono é:

- 35
- 20
- 70
- 80