

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

I – Noção Básica

Inicialmente, e usando termos simples, digamos que uma progressão aritmética, ou simplesmente P.A., é uma sucessão de números reais.

Cada um deles com exceção do primeiro é obtido somando-se um valor constante chamado razão representado por r ao anterior.

Tomando a corrida de táxi como exemplo, percebemos que o cálculo do preço de uma corrida, seja qual for o trajeto efetuado, corresponde a uma simples progressão aritmética.

Assim, se a bandeirada custa 5 reais e o taxímetro marca o preço de 1 em 1 real, teremos uma progressão aritmética com os seguintes números reais:

II – Introdução

É uma seqüência de números reais onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior mais uma constante (chamada razão).

Ex.: Sendo $a_1 = 1$ e a razão (r) = 2

Então: a_1 é o primeiro termo
 a_2 o segundo termo e assim por diante

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + r & \Rightarrow & & a_2 &= 1 + 2 = 3 \\ a_3 &= a_2 + r & \Rightarrow & & a_3 &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

$$a_n = a_{n-1} + r \text{ (representação de um termo qualquer)}$$

Assim a P.A. será (1, 3, 5, ...)

Para calcularmos a razão de uma P.A. efetuamos a diferença entre um termo qualquer e seu anterior.

Ex.: Dada a P.A. (1, 4, 7, 10...)

$$r = 4 - 1 = 3 \quad \text{ou} \quad r = 7 - 4 = 3 \quad \text{ou} \quad r = 10 - 7 = 3$$

III - Termo Geral de uma P.A.

Para calcularmos qualquer termo de uma P.A. usamos a fórmula seguinte:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

a_n = representa o termo procurado.

n = representa o número de termos.

a_1 = representa o primeiro termo da P.A.

r = representa a razão da P.A.

Ex.: Calcule o sétimo termo da P.A. (1, 6, 11, ...).

$$a_7 = ? \quad n = 7 \quad a_1 = 1 \quad r = 6 - 1 = 5$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_7 = 1 + (7 - 1).5$$

$$a_7 = 1 + (6).5$$

$$a_7 = 31$$

Logo o sétimo termo desta P.A. é 31.

IV- Classificação de uma P.A.

Crescente → quando a razão da P.A. é um valor positivo.

Decrescente → quando a razão da P.A. é um valor negativo.

Constante → quando a razão da P.A. é nula.

V - Fórmula da Soma dos Termos da P.A.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

S_n = representa a soma dos termos da P.A.

a_n = representa um determinado termo da P.A.

Ex.: Calcule a soma dos 15 primeiros termos da P.A. (8, 12, 16...)

$$S_{15} = ? \quad a_1 = 8 \quad a_{15} = ? \quad r = 12 - 8 = 4 \quad n = 15$$

Observe que para usar a fórmula da soma, primeiro devo calcular a_{15} .

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_{15} = 8 + (15 - 1).4$$

$$a_{15} = 8 + (14).4$$

$$a_{15} = 64$$

Agora sim:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

$$S_{15} = \frac{(8 + 64).15}{2} \Rightarrow S_{15} = \frac{72.15}{2} \Rightarrow S_{15} = \frac{1080}{2} \Rightarrow S_{15} = 540$$

Logo a soma dos 15 primeiros termos é 540.