

CONJUNTOS

RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA, INCLUSÃO E IGUALDADE; OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS, UNIÃO, INTERSEÇÃO E DIFERENÇA

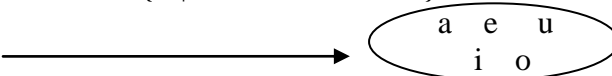
CONJUNTO: É um conceito primitivo associado à idéia de coleção.

INDICAÇÃO: Os conjuntos serão, em geral, indicados por letras maiúsculas do alfabeto: A, B, C, ... , enquanto os elementos por letras minúsculas: a, b, c, d, ...

REPRESENTAÇÃO: Um conjunto pode ser representado por:

Enumeração: $N = \{ \text{dó, ré, mi, fá, sol, la, si} \}$

Propriedade característica: $D = \{ d \mid d \text{ é dia da semana} \}$ V

Diagrama de Venn : 

RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA: É a relação que existe entre um elemento e seu conjunto.

Exemplos. Para o conjunto $V = \{ a, e, i, o, u \}$, pode se escrever:

$a \in V$ lê-se **a** pertence a V

$a \notin V$ lê-se **a** não pertence a V

RELAÇÕES DE INCLUSÃO: É a relação que só existe entre conjuntos.

Exemplos. Para os conjuntos: $A = \{ a, b, c, d \}$; $B = \{ a, b \}$; $C = \{ e \}$, temos:

$B \subset A$ lê-se **B** está contido em $A \Rightarrow$ (**B é subconjunto de A**)

$A \supset B$ lê-se **A** contém **B**

$C \not\subset B$ lê-se **C** não está contido em **B**

IGUALDADE DE CONJUNTOS : Dois conjuntos são iguais se, e somente se possuem os mesmos elementos.

$$A = B \Rightarrow (\forall x) (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

Conjunto Universo (U) : é o conjunto ao qual pertencem todos os elementos que podem ser utilizados num determinado estudo.

Convenções:

- $n(A) = 8$ lê-se, o número de elementos do conjunto A é oito;
- $n(C) = 1$ lê-se o número de elementos do conjunto C é um (C é classificado como conjunto unitário).
- O conjunto desprovido de elementos é chamado de conjunto vazio e indicado por \emptyset ou $\{ \}$. Repare que $n(\emptyset) = 0$.

Exercícios:

01. Escreva em notação simbólica:

- a) a é elemento de A. _____
- b) A é subconjunto de B. _____
- c) A contém B. _____
- d) A não está contido em B. _____
- e) A não contém B. _____
- f) a não é elemento de A _____

02. Escreva os elementos de cada um dos conjuntos:

- a) conjunto dos números naturais entre 8 e 12 (inclusive);
- b) conjunto das vogais do alfabeto;
- c) conjunto dos números pares entre 0 e 18 (exclusive);
- d) conjunto dos números primos pares positivos;
- e) conjunto das frações próprias positivas de denominador 7;
- f) $\{x / x^2 - 1 = 0\}$;
- g) $\{x / x \text{ é letra da palavra ARARA}\}$;
- h) $\{x / x^2 = 9 \text{ e } x - 3 = -6\}$;
- j) $\{x / x \text{ é algarismo de } 2134\}$.

03. Escreva os conjuntos abaixo usando o método das propriedades características:

- a) $\{1, 3, 5, 7, \dots, 15\}$;
- b) $\{1, 7\}$;
- c) o conjunto dos números pares entre 5 e 21;
- d) o conjunto dos números reais entre -1 e 10 , incluindo o -1 .

04. Seja A o conjunto $\{3, 5, 7, 9, 11, 12\}$, enumere cada um dos seguintes, conjuntos:

- a) $\{x \in A / x^2 \neq 9\} =$

- b) $\{x \in A / x+9 = 16\} =$
 c) $\{x \in A / x \text{ é primo}\} =$
 d) $\{x \in A / x^2 - 12x + 35 = 0\} =$
 e) $\{x \in A / (x+1) \notin A\} =$

05. Se $A = \{a, e, i\}$, diga se as proposições abaixo são corretas ou não:

- a) $a \in A$ () b) $a \subset A$ () c) $\{a\} \in A$ () d) $\{a\} \subset A$ ()

06. Construa todos os subconjuntos dos conjuntos:

- a) $\{0, 1, 2\} =$
 b) $\{1, \{2,3\}\} =$
 c) $\{R, O, M, A\} =$

07. Dados os conjuntos $A = \{x / x \text{ é par positivo e menor que } 7\}$ e $B = \{2, 4, 6\}$, assinale V (verdadeiro) ou F (falso).

- a) $A \subset B$ () b) $B \subset A$ () c) $A = B$ ()

07. Diga se as proposições abaixo são verdadeiras ou falsas:

- a) $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$ () b) $\{1, 2, 1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ ()
 c) $\{4\} \in \{\{4\}\}$ () d) $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$ ()
 e) $\{2, 3\} \supset \{x / x^2 - 5x + 6 = 0\}$ () f) $\{B, R, A, S, A\} \subset \{B, R, A, S\}$ ()

08. Classifique os conjuntos abaixo como finitos ou infinitos.

- a) o conjunto dos números inteiros múltiplos de 5;
 b) o conjunto das frações compreendidas entre 1 e 2;
 c) o conjunto das raízes de $x^6 + x^5 - x^2 = 0$;

d) $\left\{ \frac{x}{2} / x \in N \text{ e } x < 5 \right\}$;

e) $\left\{ \frac{x}{y} / x \in N \text{ e } x \in N^* \right\}$.

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS.

Sejam os conjuntos: $A = \{2, 3, 5, 7, 8\}$ $B = \{0, 1, 3, 5\}$ e $C = \{9\}$

UNIÃO: Denomina-se união de dois conjunto A e B o conjunto formado pelos elementos pertencentes a A ou a B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\} \rightarrow A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 8\}$$

Para quaisquer conjuntos A, B e C são válidas as propriedades:

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

INTERSECÇÃO: Denomina-se intersecção de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos pertencentes a A e a B.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\} \rightarrow A \cap B = \{3, 5\}$$

Para quaisquer conjuntos A, B e C são válidas as propriedades:

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

Dois conjuntos diz-se **disjuntos** se a intersecção entre eles é vazia, isto é. $A \cap C = \emptyset$

DIFERENÇA: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\} \rightarrow A - B = \{2, 7, 8\}$ $B - A = \{0, 1\}$

Para quaisquer conjuntos A, B e C são válidas as propriedades:

$$A - A = \emptyset$$

$$A - \emptyset = A$$

$$\emptyset - A = \emptyset$$

$$B \subset A \Rightarrow B - A = \emptyset$$

COMPLEMENTAR: Quando dois conjuntos A e B são tais que $B \subset A$, Damos à diferença o nome de complementar de B em A

$$B \subset A \Rightarrow C_A B = A - B \quad \text{lê-se complementar de B em A}$$

Exemplo. Considere os conjuntos: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4\}$

$$\text{Como } B \subset A \Rightarrow C_A B = A - B = \{1, 2\}$$

Obs. Dado um conjunto P contido no universo U , chama-se complementar de P , simplesmente o $U - P$ cuja representação simbólica pode ser feita por P' ou \bar{P} .

$$\text{Ou seja: } \bar{P} = C_U P = \{x / x \in U \text{ e } x \notin P\}$$

Exemplos:

01. se $U = \{ 1, 3, 5, 9, 10 \}$ e $P = \{ 1, 9 \} \rightarrow \bar{P} = \{ 3, 5, 10 \}$

se $U = \mathbb{N}^*$ e $P = \{ 2, 4, 6, 8, \dots \} \rightarrow \bar{P} = \{ 1, 3, 5, 7, \dots \}$

se $U = \mathbb{N}$ e $P = \mathbb{N}^* \rightarrow \bar{P} = \{ 0 \}$

02. Dados os conjuntos: $A = \{1,4,5,6,8\}$, $B = \{2,6,8,13,17,20\}$ e $C = \{5,7,8,6\}$, verifique que as igualdades:

a) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

03. Numa pesquisa sobre preferência de detergentes realizada numa população de 100 pessoas, constatou-se que 62 consomem o produto A; 47 consomem o produto B e 10 pessoas não consomem nem A e nem B. Que parte desta população consomem tanto o produto A quanto o produto B?